SEM 2D

Temat 4 Wyznaczanie wzoru funkcji kwadratowej na podstawie pewnych informacji

PRZYKŁAD 1.

Wyznaczmy wartość współczynnika b oraz zbiór wartości funkcji f danej wzorem $f(x) = x^2 + bx + 3$, wiedząc, że w przedziale $\langle 3; +\infty)$ funkcja f jest rosnąca, a w przedziale $(-\infty; 3\rangle$ jest malejąca.

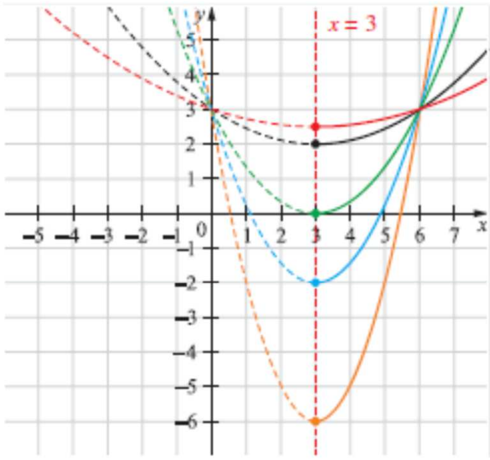
Współrzędna x_w wierzchołka paraboli pozwala określić przedziały, w których funkcja f jest odpowiednio malejąca lub rosnąca w zależności od znaku współczynnika a.

$x_w = -\frac{b}{2a}$, czyli $3 = -\frac{b}{2 \cdot 1}$, zatem $b = -6$.

Funkcja ma postać $f(x) = x^2 - 6x + 3$.

Aby wyznaczyć zbiór wartości, obliczmy drugą współrzędną wierzchołka paraboli $y_w = f(3) = -6$.

Zbiorem wartości funkcji $f(x) = x^2 - 6x + 3$ jest przedział $\langle -6; +\infty)$.



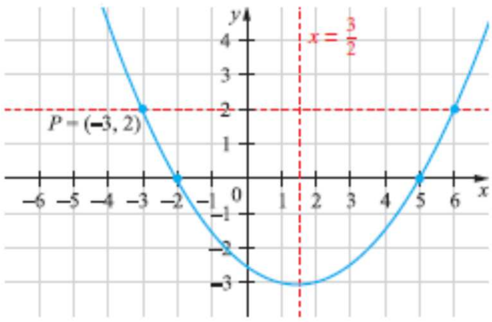
PRZYKŁAD 2.

Na podstawie wykresu funkcji kwadratowej wyznaczmy współczynniki a, b, c funkcji $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$. Dla jakich argumentów wartości tej funkcji są większe od 2?

Odczytujemy z wykresu miejsca zerowe funkcji: $x_1 = -2$ oraz $x_2 = 5$ i przedstawiamy funkcję w postaci iloczynowej $f(x) = a(x + 2)(x - 5)$.

Ponieważ punkt $P = (-3,\ 2)$ należy do wykresu funkcji, więc jego współrzędne spełniają równanie tej funkcji.

Zatem $2 = a(-3 + 2)(-3 - 5)$, stąd $a = \frac{1}{4}$.



Postać iloczynową $f(x) = \frac{1}{4}(x + 2)(x - 5)$ zamieniamy na postać ogólną

$f(x) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{4}x - \frac{5}{2}$.

To oznacza, że $a = \frac{1}{4}$, $b = -\frac{3}{4}$, $c = -\frac{5}{2}$.

Ponieważ prosta $x = \frac{3}{2}$ jest osią symetrii wykresu, więc do paraboli należy również punkt o współrzędnych $(6, 2)$ symetryczny do punktu $P = (-3,\ 2)$ względem prostej $x = \frac{3}{2}$. Odczytujemy z wykresu, że wartości funkcji są większe od 2 dla $x \in (-\infty; -3) \cup (6; +\infty)$.
