SEM 1

(2) Dzień dobry. Zapoznaj się z poniższym materiałem. Zapamiętaj jakie przyjęto nazwy i oznaczenia przedziałów. W końcowej części zwróć uwagę na to czym jest suma, różnica i iloczyn zbiorów (przedziałów).

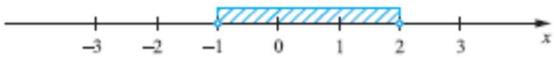
Przedziały liczbowe

W zbiorze liczb rzeczywistych możemy wskazać podzbiory: liczb naturalnych, całkowitych, wymiernych i niewymiernych, a także wiele innych. Wśród nich możemy wyróżnić także podzbiory, które nazywamy przedziałami liczbowymi. Będziemy je ilustrować na osi liczbowej.

PRZYKŁAD 1.

Zaznaczmy na osi liczbowej wszystkie liczby rzeczywiste, które są większe od -1 i równocześnie mniejsze od 2.

Szukamy liczb rzeczywistych x opisanych warunkami $x > -1$ i $x < 2$. Możemy to zapisać w postaci $-1 < x < 2$. Zaznaczmy rozwiązanie na osi liczbowej.



Definicja

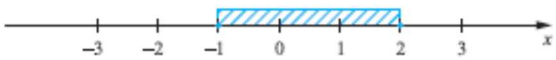
Przedziałem otwartym o końcach a i b, $a < b$, nazywamy zbiór tych liczb rzeczywistych x, które spełniają warunek $a < x < b$.
Symbolicznie zapisujemy to jako $(a; b)$.

Przedział otwarty $(a; b)$ tak przedstawiamy graficznie na osi liczbowej (końce a i b nie należą do przedziału):

PRZYKŁAD 2.

Zaznaczmy na osi liczbowej wszystkie liczby rzeczywiste, które są nie mniejsze od -1 i równocześnie nie większe od 2.

Szukamy liczb rzeczywistych x opisanych warunkami $x \geqslant -1$ i $x \leqslant 2$. Możemy zapisać to w postaci $-1 \leqslant x \leqslant 2$. Zaznaczmy rozwiązanie na osi liczbowej.



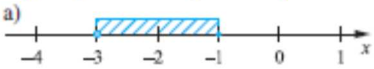
Definicja

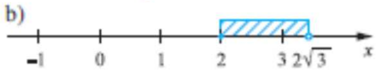
Przedziałem domkniętym o końcach a i b, $a < b$, nazywamy zbiór tych liczb rzeczywistych x, które spełniają warunek $a \leqslant x \leqslant b$.
Symbolicznie zapisujemy to jako $\langle a; b \rangle$.

Przedział domknięty $\langle a; b \rangle$ tak przedstawiamy graficznie na osi liczbowej (końce a i b należą do przedziału):

ĆWICZENIE 1.
Przez analogię do definicji przedziału otwartego i domkniętego zdefiniuj przedziały jednostronnie otwarte lub jednostronnie domknięte.

ĆWICZENIE 2.
Zapisz symbolicznie przedział przedstawiony na osi liczbowej.

a)


b)


PRZYKŁAD 3.
Zaznaczmy na osi liczbowej wszystkie liczby rzeczywiste większe od 2, czyli zbiór liczb spełniających warunek $x > 2$.

Definicja

Przedziałem otwartym nieograniczonym $(a; +\infty)$ nazywamy zbiór tych liczb rzeczywistych x, które spełniają warunek $x > a$.

ĆWICZENIE 3.
Przez analogię do definicji przedziału otwartego nieograniczonego zdefiniuj przedział otwarty nieograniczony $(-\infty; a)$.

PRZYKŁAD 4.
Zaznaczmy na osi liczbowej wszystkie liczby rzeczywiste nie mniejsze od 2, czyli zbiór liczb spełniających warunek $x \geqslant 2$.

Definicja

Przedziałem domkniętym nieograniczonym $\langle a; +\infty)$ nazywamy zbiór tych liczb rzeczywistych x, które spełniają warunek $x \geqslant a$.

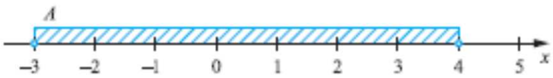
Zbiór liczb rzeczywistych $\boldsymbol{R} = (-\infty; +\infty)$.
Na przedziałach możemy wykonywać takie działania, jakie wykonujemy na zbiorach.

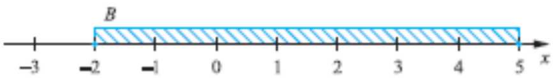
PRZYKŁAD 5.

Niech $A = (-3; 4)$ i $B = \langle -2; 5\rangle$. Wyznaczmy:

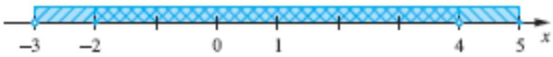
a) $A \cup B$, b) $A \cap B$, c) $A \setminus B$, d) $B \setminus A$.

Przedstawmy przedziały na osi liczbowej. Ułatwi nam to podanie odpowiedzi.

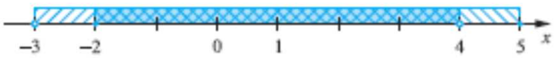




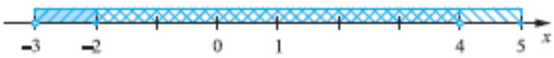
a) $A \cup B = (-3; 5\rangle$, każda liczba z tego przedziału należy do co najmniej jednego z przedziałów A i B.



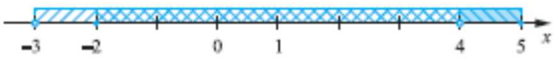
b) $A \cap B = \langle -2; 4)$, każda liczba z tego przedziału należy równocześnie do przedziału A i do przedziału B.



c) $A \setminus B = (-3; -2)$, każda liczba z tego przedziału należy do przedziału A i nie należy do przedziału B.



d) $B \setminus A = \langle 4; 5\rangle$, każda liczba z tego przedziału należy do przedziału B i nie należy do przedziału A.



Rozwiąż zadania

A GDYBY SPRAWDZIAN BYŁ TERAZ?

1. Dane są zbiory $A = (-\infty; 5)$, $B = \langle a; 9)$ i $A \setminus B = (-\infty; -1)$. Wtedy

A. $a = -0{,}9$ **B.** $a = 1$ **C.** $a = -1$ **D.** $a = 0$

2. Dane są zbiory $A = (-4; 7\rangle$ i $B = (-7; 0\rangle \cup (6; 10\rangle$. Zatem

A. $A \cap B = \langle 0; 6)$ **B.** $A \setminus B = \langle 0; 6)$

C. $B \setminus A = (-7; -4\rangle$ **D.** $A \cup B = (-7; 10\rangle$

3. Wykonaj działania na zbiorach.

a) $(-3; 7\rangle \cap (6; 8)$ b) $(-\infty; 3\rangle \cup (3; 5)$ c) $\big((-2; 6) \setminus \langle 4; 9)\big) \cap \boldsymbol{N}$

4. Zaznacz zbiór na osi liczbowej.

a) $(-6; 4) \setminus \boldsymbol{N}$ b) $\langle 0; 6\rangle \cup (6; 8\rangle$ c) $(-3; 5\rangle \cup \langle 5; 7\rangle$