SEM 3 (2) Dzień dobry. Zapoznajcie się z poniższym materiałem i rozwiążcie zadania.

Trójkąty podobne

Jeżeli dany trójkąt powiększymy lub pomniejszymy w pewnej skali, to otrzymamy trójkąt do niego podobny. Trójkąty podobne mają odpowiednie kąty równe i odpowiednie boki proporcjonalne. Trójkąty podobne ABC i $A_1B_1C_1$ oznaczamy jako: $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$.

Twierdzenie

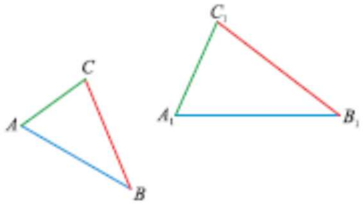
I cecha podobieństwa trójkątów (bbb)

Jeżeli trzy boki jednego trójkąta są proporcjonalne do odpowiednich trzech boków drugiego trójkąta, to te trójkąty są podobne.

Jeżeli $\frac{|AB|}{|A_1B_1|} = \frac{|BC|}{|B_1C_1|} = \frac{|AC|}{|A_1C_1|} = k$,

to $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$.

Stałą k nazywamy **skalą podobieństwa** tych trójkątów.

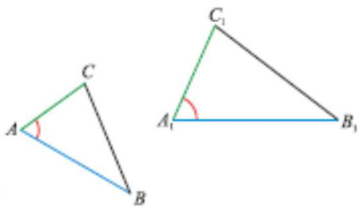


II cecha podobieństwa trójkątów (bkb)

Jeżeli dwa boki jednego trójkąta są proporcjonalne do odpowiednich dwóch boków drugiego trójkąta i kąty zawarte między tymi bokami są równe, to te trójkąty są podobne.

Jeżeli $\frac{|AB|}{|A_1B_1|} = \frac{|AC|}{|A_1C_1|}$ i $|\sphericalangle CAB| = |\sphericalangle C_1A_1B_1|$,

to $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$.

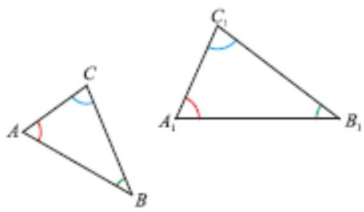


III cecha podobieństwa trójkątów (kkk)

Jeżeli kąty jednego trójkąta są równe odpowiednim kątom drugiego trójkąta, to te trójkąty są podobne.

Jeżeli $|\sphericalangle CAB| = |\sphericalangle C_1A_1B_1|$, $|\sphericalangle ABC| =$
$= |\sphericalangle A_1B_1C_1|$, $|\sphericalangle BCA| = |\sphericalangle B_1C_1A_1|$,

to $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$.



PRZYKŁAD 1.

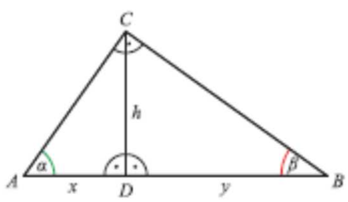
Wykażmy, że w trójkącie prostokątnym wysokość poprowadzona z wierzchołka kąta prostego dzieli ten trójkąt na dwa trójkąty podobne.

Przyjmijmy oznaczenia jak na rysunku. Ponieważ suma miar kątów wewnętrznych trójkąta jest równa 180°, więc $\alpha + \beta = 90°$.

Trójkąty ADC i BDC mają równe kąty, zatem na mocy cechy podobieństwa trójkątów kkk: $\Delta ADC \sim \Delta BDC$.

Zauważmy, że trójkąty ADC i BDC są również podobne do trójkąta ABC.

Dodatkowo: $\frac{h}{x} = \frac{y}{h}$, zatem $h^2 = xy$, stąd $h = \sqrt{xy}$.

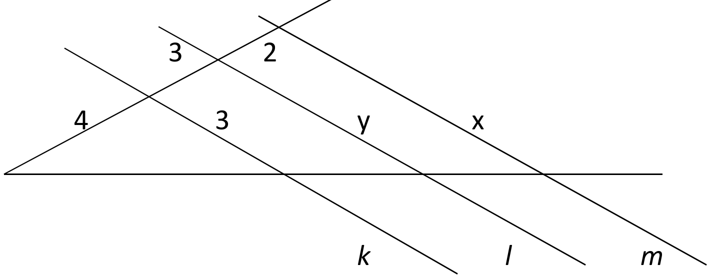


- W trójkącie prostokątnym ABC wysokość poprowadzona z wierzchołka kąta prostego dzieli ten trójkąt na dwa trójkąty podobne, z których każdy jest również podobny do trójkąta ABC.
- W trójkącie prostokątnym kwadrat wysokości h poprowadzonej z wierzchołka kąta prostego jest równy iloczynowi długości odcinków, odpowiednio x i y, na jakie wysokość ta dzieli przeciwprostokątną trójkąta. Zatem $h = \sqrt{xy}$ jest średnią geometryczną długości odcinków x i y.

Rozwiąż poniższe zadania

Zad 1 pole trójkąta ABC jest równe 24cm^2, a jego podstawa 8 cm. Podstawa trójkąta KLM, podobnego do trójkąta ABC, ma długość 56cm. Oblicz pole trójkąta KLM.

Zad 2 Wiadomo, że *k* II *l* II *m*. Oblicz długości odcinków *x* i *y*.

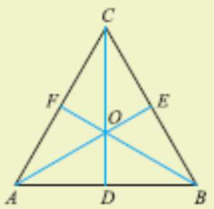


A GDYBY SPRAWDZIAN BYŁ TERAZ?

1. W trójkącie równobocznym wysokości CD, AE i BF przecinają się w punkcie O. Skala podobieństwa trójkąta ADO do trójkąta BDC jest równa

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\sqrt{3}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **D.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$



2. Jaką długość ma odcinek x, jeśli trójkąty ABC i ABD są podobne?